

ISSN 2222-0631 (print)

11. Aupoix B., Spalart P. R. Extensions of the Spalart-Allmaras Turbulence Model to Account for Wall Roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2003, vol. 24, pp. 454–462.
12. Garbaruk A. V., Strelets M. Kh., Shur M. L. *Modelirovanie turbulentnosti v raschyotakh slozhnykh techeniy : uchebnoe posobie* [Modeling turbulence in complicated flow computations: textbook]. Sankt-Peterburg, Izdatel'stvo Politehnicheskogo universiteta publ., 2012. 88 p.
13. Nikuradse J. Stromungsgesetze in rauhen Rohren (Laws of Flow in Rough Pipes). *VDI – Forschungsheft 361*. 1933 (translated in NACA TM 1292, Nov. 1950).
14. White F. M. Viscous Fluid Flow. *Mechanical Engineering. Second Edition*. McGraw-Hill, 1991, pp. 23–29 and 569.
15. Kreith F., Black W. Z. *Basic Heat Transfer*. New York, Harper & Row, Publishers, Inc., 1980. pp. 218–219 and pp. 486–489.
16. Kays W. M., Crawford M. E. *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill Book Company, 3th edition, 1993. pp. 206–301.
17. Cebeci T., Bradshaw P. *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. New York, 1984. pp. 165–201.
18. Von Doenhoff A. E., Horton E. A. A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of a Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition. *NACA Technical Manual 1349*. 1958. pp. 239–254.
19. Young A. D. Boundary layers. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Education Series*. 1989. pp. 176–187.
20. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Eynergoizdat Publ., 1981. 415 p.

Поступила (received) 07.03.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Алексєєнко Сергій Вікторович (Алексеевко Сергей Викторович, Alekseyenko Sergey Viktorovich)** – кандидат технічних наук, доцент, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро; тел.: (050) 480-85-03; e-mail: alexeyenko\_sv@ukr.net.

УДК 517.95

**А. Я. БОМБА, Ю. Є. КЛИМЮК**

### КОМП'ЮТЕРНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДООЧИСТКИ ВОДИ ПІСЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОАГУЛЯЦІЇ У ШВИДКИХ БАГАТОШАРОВИХ ФІЛЬТРАХ

Сформовано математичну модель для комп'ютерного прогнозування процесу доочистки води від багатокомпонентних домішок після застосування коагуляції у швидких багатошарових фільтрах конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрування, що враховує дослідження зміни характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, які володіють окислювально-відновними властивостями. Запропонована модель дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів дослідити зміну характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, спрогнозувати оптимальні варіанти використання коагулянтів і фільтрувальних матеріалів, збільшення тривалості роботи швидких багатошарових конусоподібних фільтрів за рахунок вибору їх форми і висоти шарів з урахуванням граничнодопустимих норм по кожній компоненті багатокомпонентних домішок.

**Ключові слова:** математична модель, комп'ютерне прогнозування, процес доочистки води, багатокомпонентна домішка, коагуляція, швидкий багатошаровий фільтр, конусоподібна форма, кусково-однорідне пористе завантаження.

**А. Я. БОМБА, Ю. Е. КЛИМЮК**

### КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДООЧИСТКИ ВОДЫ ПОСЛЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОАГУЛЯЦИИ В БЫСТРЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ФИЛЬТРАХ

Сформирована математическая модель для компьютерного прогнозирования процесса доочистки воды от многокомпонентных примесей после применения коагуляции в быстрых многослойных конусообразных фильтрах при соблюдении постоянной скорости фильтрования, что учитывает исследования изменения характеристик кусочно-однородных пористых загрузок, которые обладают окислительно-восстановительными свойствами. Предложенная модель позволяет путем проведения компьютерных экспериментов исследовать изменение характеристик кусочно-однородных пористых загрузок, спрогнозировать оптимальные варианты использования коагулянтов и фильтровальных материалов, увеличение продолжительности работы быстрых многослойных конусообразных фильтров за счет выбора их формы и высоты слоев с учетом предельно-допустимых норм по каждой компоненте многокомпонентных примесей.

**Ключевые слова:** математическая модель, компьютерное прогнозирование, процесс доочистки воды, многокомпонентная примесь, коагуляция, быстрый многослойный фильтр, конусообразная форма, кусочно-однородная пористая загрузка.

**А. YA. BOMBA, YU. YE. KLYMYUK**

### COMPUTER PREDICTION OF IMPROVING EFFICIENCY OF WATER PURIFICATION AFTER COAGULATION IN RAPID MULTILAYER FILTERS

In the paper a mathematical model for computer predicting the process of water purification from multicomponent impurities after applying coagulation in rapid multilayer cone-shaped filters with the constant rate of filtration, which takes into account the changes in the characteristics of piecewise-homogeneous porous redox load, is formulated. Each layer of the load is characterized by its own coefficients of filtration, active porosity and diffusion of multicomponent impurities in the filtration flow, and the sediment adsorbed on the grains of the load. An algorithm for numerically-asymptotic approximation of solution of the corresponding nonlinear singularly perturbed boundary value problem for a model region of a conical shape, bounded by two equipotential surfaces and a flow surface, separated by some given equipotential surfaces into several subdomains, is developed. The proposed model allows to predict by computer experiments the change in the characteristics of piecewise-homogeneous porous loads, to determine the optimal variants of coagulants and filter materials, and to increase the durability of the rapid multilayer cone-shaped filters by choosing their shape and height of layers taking into account the maximum allowable standards for each component of multicomponent impurities.

**Key words:** mathematical model, computer prediction, process of water purification, multicomponent impurity, coagulation, rapid multilayer filter, cone-shaped form, piecewise-homogeneous porous load.

© А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, 2019

**Вступ.** Основними методами очищення води для водопостачання, зрошення земельних угідь та інших видів господарської діяльності є освітлення, знебарвлення та знезараження [1 – 4]. Освітлення води зазвичай досягається шляхом її відстоювання і фільтрування через шар зернистого або порошкоподібного фільтруючого матеріалу у швидких фільтрах. Для досягнення необхідного ефекту воду необхідно піддати коагулюванню [5]. При цьому відбувається значне знебарвлення води. Додаткове знебарвлення води досягається коагулюванням, що передбачає застосування різних окислювачів і сорбентів. При цьому також відбувається значне знезараження води. Постійно зростаючі потреби у господарстві в очищеній воді та зростання вартості коагулянтів і фільтрувальних матеріалів вимагають проведення досліджень, пов'язаних із їх більш ефективним використанням та збільшенням тривалості роботи швидких фільтрів.

**Аналіз останніх досліджень.** Як показує аналіз літературних джерел, зокрема [6 – 12], суттєвий вклад у розробку теоретичних основ доочистки рідин від домішок шляхом їх фільтрування через пористі завантаження зробило багато як вітчизняних, так і зарубіжних вчених. Відмітимо, що в якості математичної моделі процесу доочистки рідини від домішок вітчизняними дослідниками найчастіше використовується *модель Д. М. Мінца* [7] при сталій швидкості фільтрування або деяка її модифікація (вдосконалена модель). У [13] запропоновано її просторове узагальнення для прогнозування процесу доочистки води від домішок у швидких багатопористих криволінійних фільтрах при додержанні сталої швидкості фільтрування, яка є більш ефективною для проведення теоретичних досліджень, націлених на оптимізацію параметрів процесу фільтрування (тривалості роботи, форми, розмірів фільтра, висоти шарів тощо) за рахунок введення додаткового рівняння для визначення зміни активної пористості завантаження вздовж висоти фільтра, врахування дифузії у фільтраційній течії і в осаді, адсорбованому на зернах завантаження. У [14] вона вдосконалена шляхом введення додаткового рівняння для визначення зміни коефіцієнта фільтрації завантаження вздовж висоти фільтра, зокрема, отримані у роботі результати числових експериментів підтвердили необхідність врахування у моделях зміни характеристик кусково-однорідних пористих завантажень. У [15] запропоновано просторове узагальнення моделі Д. М. Мінца для прогнозування процесу доочистки води від багатокомпонентних домішок у швидких фільтрах конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрування, де додатково враховано масообмінні процеси між компонентами багатокомпонентної домішки у фільтраційній течії і в осаді, адсорбованому на зернах завантаження. Актуальною задачею є узагальнення відповідної моделі для комп'ютерного прогнозування процесу доочистки води від багатокомпонентних домішок після застосування коагуляції у швидких багатопористих фільтрах конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрування, оскільки дозволить шляхом проведення комп'ютерних експериментів дослідити зміну характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, спрогнозувати оптимальні варіанти використання коагулянтів і фільтрувальних матеріалів, збільшення тривалості роботи швидких багатопористих конусоподібних фільтрів за рахунок вибору їх форми і висоти шарів з урахуванням граничнодопустимих норм по кожній компоненті багатокомпонентних домішок.

**Математична модель.** Змодельємо процес доочистки води від багатокомпонентної домішки після застосування коагуляції у швидкому багатопористому фільтрі конусоподібної форми із врахуванням дослідження зміни характеристик вздовж висоти фільтра кусково-однорідного пористого завантаження, що володіє окислювально-відновними властивостями – просторовій однозв'язній області  $G_z$  ( $z = (x, y, z)$ ), обмеженій гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та по ребрах, двома екіпотенціальними поверхнями  $S_*$ ,  $S^*$  і поверхнею течії  $S^{**}$  та розділеній деякими заданими  $p-1$  екіпотенціальними поверхнями  $S_r^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ) на  $p$  підобластей  $G_z^r$  ( $r = \overline{1, p}$ ) (рис. 1, а). При цьому для області  $G = G_z \times (0, \infty)$  відповідна модельна задача складатиметься з систем рівнянь:

$$\left\{ \bar{v} = \kappa_0^0 \cdot \text{grad } \phi, \text{div } \bar{v} = 0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}; \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma \cdot C_j)'_t &= \text{div}(D_j \cdot \text{grad } C_j) - \bar{v} \cdot \text{grad } C_j - \sum_{k=1}^{m_1} a_{j,k} \cdot C_j + \sum_{k=1}^{m_1} a_{k,j} \cdot C_k - \sum_{k=1}^{m_1} a_{k,j}^{**} \cdot C_j \quad (j = \overline{1, m_1}); \\ (\sigma \cdot C_j)'_t &= \text{div}(D_j \cdot \text{grad } C_j) - \bar{v} \cdot \text{grad } C_j - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{j,k} \cdot C_j + \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{k,j} \cdot C_k + \sum_{k=1}^{m_1} a_{j,k}^{**} \cdot C_k - \alpha_j \cdot C_j + \beta_j \cdot U_j; \\ (\sigma \cdot U_j)'_t &= \text{div}(D_j^* \cdot \text{grad } U_j) - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{j,k}^* \cdot U_j + \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{k,j}^* \cdot U_k + \alpha_j \cdot C_j - \beta_j \cdot U_j \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\ \kappa'_t &= - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \mu_k \cdot U_k, \sigma'_t = - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \gamma_k \cdot U_k, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

за крайових умов:

$$\left\{ \phi|_{S_*} = \phi_*, \phi|_{S^*} = \phi^*, \phi'_n|_{S^{**}} = 0; \right. \quad (3)$$

$$\left\{ C_j|_{S_*} = c_j^*, C'_j|_{S^*} = 0, C'_j|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{1, m_2}); \right. \quad (4)$$

$$\left\{ U_j|_{S_*} = c_j^*, U'_j|_{S^*} = 0, U''_j|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \right. \quad (5)$$

початкових умов:

$$\left\{ C_j|_{t=0} = c_j^0 \quad (j = \overline{1, m_2}), U_j|_{t=0} = u_j^0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \kappa|_{t=0} = \kappa_0^0, \sigma|_{t=0} = \sigma_0^0 \right. \quad (6)$$

та умов узгодженості на поверхнях розділу  $S_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ):

$$\left\{ \begin{aligned} \phi|_{S_{r-}} &= \phi|_{S_{r+}} = \phi_{*r}^*, \kappa_r^0 \cdot \phi'_n|_{S_{r-}} = \kappa_r^0 \cdot \phi'_n|_{S_{r+}} \quad (r = \overline{1, p-1}); \\ \left\{ \begin{aligned} C_j|_{S_{r-}} &= C_j|_{S_{r+}} \quad (j = \overline{1, m_2}), U_j|_{S_{r-}} = U_j|_{S_{r+}} \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\ D_{r,j} \cdot C'_{j\bar{n}} - v_{rn}^0 \cdot C_j|_{S_{r-}} &= D_{r+1,j} \cdot C'_{j\bar{n}} - v_{rn}^0 \cdot C_j|_{S_{r+}} \quad (j = \overline{1, m_2}); \\ D_{r,j}^* \cdot U'_{j\bar{n}}|_{S_{r-}} &= D_{r+1,j}^* \cdot U'_{j\bar{n}}|_{S_{r+}} \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\ \sum_{j=1}^{m_2} (D_{r,j} \cdot C'_{j\bar{n}} - v_{rn} \cdot C_j) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r,j}^* \cdot U'_{j\bar{n}}|_{S_{r-}} &= \\ = \sum_{j=1}^{m_2} (D_{r+1,j} \cdot C'_{j\bar{n}} - v_{rn} \cdot C_j) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r+1,j}^* \cdot U'_{j\bar{n}}|_{S_{r+}} &; \\ (\sigma \cdot (\sum_{j=1}^{m_2} C_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} U_j))'_t|_{S_{r-}} &= (\sigma \cdot (\sum_{j=1}^{m_2} C_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} U_j))'_t|_{S_{r+}} \quad (r = \overline{1, p-1}), \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

де  $\phi = \phi(x, y, z)$  і  $\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$  – відповідно потенціал і вектор швидкості фільтрації;  $0 < \phi_* = \phi_{*0}^* < \phi_{*1}^* < \phi_{*2}^* < \dots < \phi_{*(p-1)}^* < \phi_{*p}^* = \phi^* < \infty$ ;  $\phi_*$  і  $\phi^*$  – довільні дійсні додатні числа;  $\phi_{*1}^*, \phi_{*2}^*, \dots, \phi_{*(p-1)}^*$  – невідомі значення потенціалу;  $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} > 0$ ;  $\kappa_0^0$  – початковий коефіцієнт фільтрації,  $\kappa_0^0 = \{\kappa_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\kappa_r^0 > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ );  $\bar{n}$  – зовнішня нормаль до відповідної поверхні;  $C_j = C_j(x, y, z, t)$  і  $U_j = U_j(x, y, z, t)$  – концентрації  $j$ -тої компоненти багатокомпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження;  $\kappa = \kappa(x, y, z, t)$  – коефіцієнт фільтрації,  $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$  – активна пористість;  $D_j$  і  $D_j^*$  – коефіцієнти дифузії  $j$ -тої компоненти багатокомпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження,  $D_j = \{D_{r,j}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $D_{r,j} = \varepsilon \cdot d_{r,j}$ ,  $d_{r,j} > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ),  $D_j^* = \{D_{r,j}^*, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $D_{r,j}^* = \varepsilon \cdot d_{r,j}^*$ ,  $d_{r,j}^* > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ );  $a_{j,k}$ ,  $a_{j,k}^{**}$  і  $a_{j,k}^*$  – коефіцієнти, що характеризують швидкість протікання масообмінних процесів між  $j$ -тою і  $k$ -тою компонентами багатокомпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження,  $a_{j,k} = \{a_{r,j,k}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $a_{j,k}^{**} = \{a_{r,j,k}^{**}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $a_{j,k}^* = \{a_{r,j,k}^*, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $a_{r,j,k} = \varepsilon \cdot \bar{a}_{r,j,k}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $k = \overline{1, m_2}$ ),  $a_{r,j,k}^* = \varepsilon \cdot \bar{a}_{r,j,k}^*$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ ,  $k = \overline{m_1+1, m_2}$ );  $\alpha_j$  і  $\beta_j$  – коефіцієнти, що характеризують обсяги адсорбованої і десорбованої за одиницю часу  $j$ -тої компоненти багатокомпонентної домішки,  $\alpha_j = \{\alpha_{r,j}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\beta_j = \{\beta_{r,j}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\beta_{r,j} = \varepsilon \cdot \bar{\beta}_{r,j}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ );  $\mu_j$  і  $\gamma_j$  – коефіцієнти, що характеризують швидкість зміни відповідно коефіцієнта фільтрації та активної пористості завантаження за рахунок сорбції  $j$ -тої компоненти багатокомпонентної домішки,  $\mu_j = \{\mu_{r,j}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\gamma_j = \{\gamma_{r,j}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\mu_{r,j} = \varepsilon \cdot \bar{\mu}_{r,j}$ ,  $\gamma_{r,j} = \varepsilon \cdot \bar{\gamma}_{r,j}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ ),  $\bar{a}_{r,j,k} = \bar{a}_{r,j,k}(x, y, z, t)$ ,  $a_{r,j,k}^{**} = a_{r,j,k}^{**}(x, y, z, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $k = \overline{1, m_2}$ ),  $\bar{a}_{r,j,k}^* = \bar{a}_{r,j,k}^*(x, y, z, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ ,  $k = \overline{m_1+1, m_2}$ ),  $\alpha_{r,j} = \alpha_{r,j}(x, y, z, t)$ ,  $\bar{\beta}_{r,j} = \bar{\beta}_{r,j}(x, y, z, t)$ ;  $\bar{\mu}_{r,j} = \bar{\mu}_{r,j}(x, y, z, t)$  і  $\bar{\gamma}_{r,j} = \bar{\gamma}_{r,j}(x, y, z, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1+1, m_2}$ ) – неперервні обмежені функції;  $\varepsilon$  – малий параметр ( $\varepsilon > 0$ );  $c_j^0 = \{c_{r,j}^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $u_j^0 = \{u_{r,j}^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\sigma_0^0 = \{\sigma_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $c_j^* = c_j^*(M, t)$

$(j = \overline{1, m_2})$ ,  $c_{r,j}^0 = c_{r,j}^0(x, y, z)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ),  $u_j^* = u_j^*(M, t)$  ( $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ),  $u_{r,j}^0 = u_{r,j}^0(x, y, z)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ) і  $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(x, y, z)$  ( $r = \overline{1, p}$ ) – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області  $G$  [16];  $M \in S_*$ ,  $v_{rn}^0$  і  $v_{rn}$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ) – відповідно початкові і поточні нормальні складові швидкості на поверхнях розділу  $S_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ).

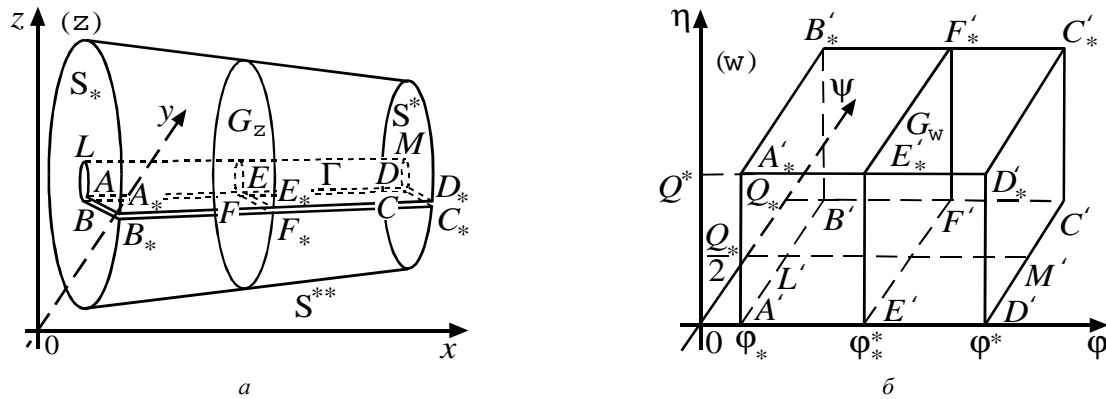


Рис. 1 – Просторова двошарова модельна область:

$a$  – область фільтрації  $G_z$  з умовним розрізом  $\Gamma$  (конусоподібний фільтр);  $b$  – область комплексного потенціалу  $G_w$ .

Шляхом фіксації на поверхні  $S_*$  деякої точки  $A$  та послідовного виконання умовних розрізів  $\Gamma_1 = ALMDBLMC$  і  $\Gamma_2 = ADD_*A_*BCC_*B_*$  вздовж відповідних поверхонь течії (для зручності позначимо  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ ) задача (1) – (8) зводиться до розв'язання в отриманій однозв'язній кусково-однорідній області  $G_z \setminus \Gamma$  – криволінійному паралелепіпеді  $ABCD A_* B_* C_* D_*$ , обмеженому двома еквіпотенціальними поверхнями  $ABB_*A_*$ ,  $CDD_*C_*$  і чотирма поверхнями течії  $ABCD = ALMD \cup BLMC$ ,  $A_* B_* C_* D_*$ ,  $ADD_*A_* = BCC_*B_*$  та розділений деякими заданими еквіпотенціальними поверхнями  $E_r F_r F_{*r} E_{*r}$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ) на  $p$  підобластей:

$$G_z^1 \setminus \Gamma^1 = ABF_1 E_1 A_* B_* F_{*1} E_{*1}; \quad G_z^r \setminus \Gamma^r = E_{r-1} F_{r-1} F_r E_r E_{*(r-1)} F_{*(r-1)} F_{*r} E_{*r} \quad (r = \overline{2, p-1});$$

$$G_z^p \setminus \Gamma^p = E_{p-1} F_{p-1} CDE_{*(p-1)} F_{*(p-1)} C_* D_* \quad (\Gamma = \Gamma^1 \cup \Gamma^2 \cup \dots \cup \Gamma^p, \quad \Gamma^1 = AE_1 E_{*1} A_* BF_1 F_{*1} B_*);$$

$$\Gamma^r = E_{r-1} F_{r-1} F_r E_r E_{*(r-1)} F_{*(r-1)} F_{*r} E_{*r} \quad (r = \overline{2, p-1}), \quad \Gamma^p = E_{p-1} DD_* E_{*(p-1)} F_{p-1} CC_* F_{*(p-1)} \quad (\text{рис. 1, a}),$$

які є гладкими і ортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер, з додаванням умови непроникності  $\phi'_n|_{\Gamma} = 0$  вздовж розрізу  $\Gamma$  задачі, що описується системами рівнянь (1), (2) з наступними умовами:

$$\left\{ \phi|_{ABB_*A_*} = \phi_*, \quad \phi|_{CDD_*C_*} = \phi^*, \quad \phi'_n|_{ABCD \cup A_* B_* C_* D_* \cup ADD_*A_* \cup BCC_*B_*} = 0; \right. \quad (9)$$

$$\left\{ C_j|_{ABB_*A_*} = c_j^*, \quad C'_j|_{CDD_*C_*} = 0, \quad C'_j|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m_2}); \right. \quad (10)$$

$$\left\{ U_j|_{ABB_*A_*} = u_j^*, \quad U'_j|_{CDD_*C_*} = 0, \quad U'_j|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0 \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \right. \quad (11)$$

початковими умовами (6), умовами узгодженості на поверхнях розділу  $E_r F_r F_{*r} E_{*r}$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ):

$$\left\{ \phi|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} = \phi|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} = \phi_{*r}^*, \quad \kappa_r^0 \cdot \phi'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} = \kappa_{r+1}^0 \cdot \phi'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (r = \overline{1, p-1}); \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} &= C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (j = \overline{1, m_2}), \quad U_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} = U_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \\ D_{r,j} \cdot C'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} - v_{rn}^0 \cdot C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} &= D_{r+1,j} \cdot C'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} - v_{rn}^0 \cdot C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (j = \overline{1, m_2}); \\ D_{r,j}^* \cdot U'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} &= D_{r+1,j}^* \cdot U'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \\ \sum_{j=1}^{m_1} (D_{r,j} \cdot C'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} - v_{rn} \cdot C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}}) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r,j}^* \cdot U'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} &= \\ &= \sum_{j=1}^{m_1} (D_{r+1,j} \cdot C'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} - v_{rn} \cdot C_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}}) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r+1,j}^* \cdot U'_j|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}}; \\ (\sigma \cdot (\sum_{j=1}^{m_1} C_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} U_j))'_t|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} &= (\sigma \cdot (\sum_{j=1}^{m_1} C_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} U_j))'_t|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} \quad (r = \overline{1, p-1}) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

і подальшого «склеювання» берегів умовного розрізу  $\Gamma$  із використанням умов:

$$\left\{ \varphi|_{ALMD} = \varphi|_{BLMC}, \varphi'_n|_{ALMD} = \varphi'_n|_{BLMC}, \varphi|_{ADD_*A_*} = \varphi|_{BCC_*B_*}, \varphi'_n|_{ADD_*A_*} = \varphi'_n|_{BCC_*B_*} \right. \quad (14)$$

та узгодженості величин концентрацій компонент багатоконпонентної домішки у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження, на умовних поверхнях розрізу із використанням умов:

$$\left\{ C_j|_{ALMD} = C_j|_{BLMC}, C'_{j\bar{n}}|_{ALMD} = C'_{j\bar{n}}|_{BLMC}; \right. \quad (15)$$

$$\left. C_j|_{ADD_*A_*} = C_j|_{BCC_*B_*}, C'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_*} = C'_{j\bar{n}}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{1, m_2}); \right.$$

$$\left\{ U_j|_{ALMD} = U_j|_{BLMC}, U'_{j\bar{n}}|_{ALMD} = U'_{j\bar{n}}|_{BLMC}; \right. \quad (16)$$

$$\left. U_j|_{ADD_*A_*} = U_j|_{BCC_*B_*}, U'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_*} = U'_{j\bar{n}}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}). \right.$$

Аналогічно [15, 16] шляхом введення пари функцій  $\psi = \psi(x, y, z)$ ,  $\eta = \eta(x, y, z)$  (просторово комплексно спряжених із функцією  $\varphi(x, y, z)$ ) таких, що  $\kappa_0^0 \cdot \text{grad } \varphi = \text{grad } \psi \times \text{grad } \eta$  [17] і заміною останніх чотирьох з граничних умов (9) на умови:  $\psi|_{ADD_*A_*} = 0$ ,  $\psi|_{BCC_*B_*} = Q_*$ ,  $\eta|_{ABCD} = 0$ ,  $\eta|_{A_*B_*C_*D_*} = Q^*$ , задача (1), (9), (12), (14) замінюється більш загальною прямою задачею на знаходження просторового аналогу кусково-конформного відображення однозв'язної області  $G_z \setminus \Gamma$  на відповідну область комплексного потенціалу – прямокутний паралелепіпед  $G_w = A'B'C'D'A_*B_*C_*D_*$ , який розділений заданими поверхнями  $E_r F_r E'_r F'_r$  ( $r = \overline{1, p}$ ) на деякі  $p$  підобластей:

$$G_w^1 = A'B'E_1 F_1 A'_1 B'_1 E'_1 F'_1; \quad G_w^r = E'_r F'_r F'_{r+1} E'_{r+1} E'_r F'_r F'_{r+1} E'_{r+1} \quad (r = \overline{2, p-2});$$

$$G_w^p = E'_{p-1} F'_{p-1} C' D' E'_p F'_p C'_p D'_p \quad (\text{рис. 1, б}),$$

де  $G_w^r = \{w = (\varphi, \psi, \eta) : \varphi_{*(r-1)}^* < \varphi < \varphi_{*r}^*, 0 < \psi < Q_*, 0 < \eta < Q^*\}$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\varphi_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ );  $Q_*$ ,  $Q^*$  – невідомі параметри;  $Q = Q_* \cdot Q^*$  – повна фільтраційна витрата, і наступного «склеювання» берегів умовного розрізу  $\Gamma$ .

Алгоритм розв'язання цієї задачі отримано в [18], зокрема, знайдено поле швидкостей  $\vec{v}$ , параметри  $Q_*$ ,  $Q^*$ ,  $Q$  та ряд інших величин. Здійснивши заміну змінних  $x = x(\varphi, \psi, \eta)$ ,  $y = y(\varphi, \psi, \eta)$ ,  $z = z(\varphi, \psi, \eta)$  у рівнянні (2) та умовах (10), (11), (6), (13), (15), (16) отримаємо відповідну дифузійну задачу для області  $G_w \times (0, \infty)$ :

$$\left\{ \begin{aligned} &(\tilde{\sigma} \cdot c_j)'_t = D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\ &\quad - \frac{\tilde{v}^2}{\kappa_0^0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{k,j} \cdot c_k - \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{j,k}^{**} \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m_1}); \\ &(\tilde{\sigma} \cdot c_j)'_t = D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\ &\quad - \frac{\tilde{v}^2}{\kappa_0^0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{k,j} \cdot c_k + \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{k,j}^{**} \cdot c_k - \\ &\quad - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j + \tilde{\beta}_j \cdot u_j \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\ &(\tilde{\sigma} \cdot u_j)'_t = D_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{j\psi} + b_5 \cdot u'_{j\eta}) - \\ &\quad - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{j,k}^* \cdot u_j + \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{k,j}^* \cdot u_k + \tilde{\alpha}_j \cdot c_j - \tilde{\beta}_j \cdot u_j \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\ &\tilde{\kappa}'_t = - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{\mu}_k \cdot u_k, \tilde{\sigma}'_t = - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{\gamma}_k \cdot u_k, \quad (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}; \end{aligned} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ c_j|_{\varphi=\varphi_*} = \tilde{c}_j^*, c'_j\varphi|_{\varphi=\varphi_*} = 0, c'_j\psi|_{\psi=0} = c'_j\psi|_{\psi=Q_*} = c'_j\eta|_{\eta=0} = c'_j\eta|_{\eta=Q^*} = 0 \quad (j = \overline{1, m_2}); \right. \quad (18)$$

$$\left\{ u_j|_{\varphi=\varphi_*} = \tilde{u}_j^*, u'_j\varphi|_{\varphi=\varphi_*} = 0, u'_j\psi|_{\psi=0} = u'_j\psi|_{\psi=Q_*} = u'_j\eta|_{\eta=0} = u'_j\eta|_{\eta=Q^*} = 0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}); \right. \quad (19)$$

$$\left\{ c_j|_{t=0} = \tilde{c}_j^0 \quad (j = \overline{1, m_2}), u_j|_{t=0} = \tilde{u}_j^0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \tilde{\kappa}|_{t=0} = \kappa_0^0, \tilde{\sigma}|_{t=0} = \tilde{\sigma}_0^0; \right. \quad (20)$$

$$\begin{cases}
\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} c_j = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} c_j \ (j = \overline{1, m_2}), \quad \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} u_j = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} u_j \ (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\
\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} (D_{r,j} \cdot c'_j \varphi - \kappa_r^0 \cdot c_j) = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} (D_{r+1,j} \cdot c'_j \varphi - \kappa_{r+1}^0 \cdot c_j) \ (j = \overline{1, m_2}); \\
\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} D_{r,j}^* \cdot u'_j \varphi = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} D_{r+1,j}^* \cdot u'_j \varphi \ (j = \overline{m_1+1, m_2}); \\
\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} \left( \sum_{j=1}^{m_1} (D_{r,j} \cdot c'_j \varphi - \tilde{\kappa}_r \cdot c_j) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r,j}^* \cdot u'_j \varphi \right) = \\
= \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} \left( \sum_{j=1}^{m_1} (D_{r+1,j} \cdot c'_j \varphi - \tilde{\kappa}_{r+1} \cdot c_j) + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} D_{r+1,j}^* \cdot u'_j \varphi \right); \\
\lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r-0}^*} (\tilde{\sigma} \cdot (\sum_{j=1}^{m_1} c_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} u_j))'_t = \lim_{\varphi \rightarrow \varphi_{r+0}^*} (\tilde{\sigma} \cdot (\sum_{j=1}^{m_1} c_j + \sum_{j=m_1+1}^{m_2} u_j))'_t \ (r = \overline{1, p-1});
\end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases}
c_j \Big|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = c_j \Big|_{\eta=0, \psi=Q_*-\tilde{\psi}}, \quad c'_j \Big|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = c'_j \Big|_{\eta=0, \psi=Q_*-\tilde{\psi}}; \\
c_j \Big|_{\psi=0} = c_j \Big|_{\psi=Q_*}, \quad c'_j \Big|_{\psi=0} = c'_j \Big|_{\psi=Q_*} \ (j = \overline{1, m_2});
\end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases}
u_j \Big|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = u_j \Big|_{\eta=0, \psi=Q_*-\tilde{\psi}}, \quad u'_j \Big|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = u'_j \Big|_{\eta=0, \psi=Q_*-\tilde{\psi}}; \\
u_j \Big|_{\psi=0} = u_j \Big|_{\psi=Q_*}, \quad u'_j \Big|_{\psi=0} = u'_j \Big|_{\psi=Q_*} \ (j = \overline{m_1+1, m_2}),
\end{cases} \quad (23)$$

де  $c_j = c_j(\varphi, \psi, \eta, t) = C_j(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$ ,  $u_j = u_j(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{c}_j^* = \tilde{c}_j^*(\psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{u}_j^* = \tilde{u}_j^*(\psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{c}_j^0 = \{\tilde{c}_{r,j}^0, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{u}_j^0 = \{\tilde{u}_{r,j}^0, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{\sigma}_0^0 = \{\tilde{\sigma}_r^0, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{a}_{j,k} = \{\tilde{a}_{r,j,k}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{a}_{j,k}^{**} = \{\tilde{a}_{r,j,k}^{**}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{a}_{j,k}^* = \{\tilde{a}_{r,j,k}^*, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{a}_{r,j,k} = \varepsilon \cdot \tilde{a}_{r,j,k}^*$ ,  $\tilde{a}_{r,j,k}^* = \varepsilon \cdot \tilde{a}_{r,j,k}^{**}$ ;  $\tilde{\alpha}_j = \{\tilde{\alpha}_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{\beta}_j = \{\tilde{\beta}_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{\mu}_j = \{\tilde{\mu}_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{\gamma}_j = \{\tilde{\gamma}_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{\beta}_{r,j} = \varepsilon \cdot \tilde{\beta}_{r,j}^*$ ,  $\tilde{\mu}_{r,j} = \varepsilon \cdot \tilde{\mu}_{r,j}^*$ ,  $\tilde{\gamma}_{r,j} = \varepsilon \cdot \tilde{\gamma}_{r,j}^*$ ;  $\tilde{c}_{r,j}^0 = \tilde{c}_{r,j}^0(\varphi, \psi, \eta)$ ,  $\tilde{u}_{r,j}^0 = \tilde{u}_{r,j}^0(\varphi, \psi, \eta)$ ,  $\tilde{\sigma}_r^0 = \tilde{\sigma}_r^0(\varphi, \psi, \eta)$ ;  $\tilde{a}_{r,j,k} = \tilde{a}_{r,j,k}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{a}_{r,j,k}^{**} = \tilde{a}_{r,j,k}^{**}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{a}_{r,j,k}^* = \tilde{a}_{r,j,k}^*(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\alpha}_{r,j} = \tilde{\alpha}_{r,j}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\beta}_{r,j} = \tilde{\beta}_{r,j}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\mu}_{r,j} = \tilde{\mu}_{r,j}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{\gamma}_{r,j} = \tilde{\gamma}_{r,j}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ;  $\tilde{v} = \{\tilde{v}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $\tilde{v}_r = \tilde{v}_r(\varphi, \psi, \eta)$ ;  $b_r = \{b_{r,s}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ;  $b_{r,s} = b_{r,s}(\varphi, \psi, \eta)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s = \overline{1, 5}$ );  $b_{r,1} = \varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2 = \tilde{v}_r^2 / (\kappa_r^0)^2$ ;  $b_{r,2} = \psi_x^2 + \psi_y^2 + \psi_z^2$ ;  $b_{r,3} = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2$ ,  $b_{r,4} = \psi_{xx}'' + \psi_{yy}'' + \psi_{zz}''$ ,  $b_{r,5} = \eta_{xx}'' + \eta_{yy}'' + \eta_{zz}''$ ,  $\tilde{\psi} \in [0, \frac{Q_*}{2}]$ .

**Розв'язання задачі.** Аналогічно до [15, 16] знайдено числово-асимптотичне наближення розв'язку  $c_j = \{c_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  ( $j = \overline{1, m_2}$ ),  $u_j = \{u_{r,j}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  ( $j = \overline{m_1+1, m_2}$ ),  $\tilde{\kappa} = \{\tilde{\kappa}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\tilde{\sigma} = \{\tilde{\sigma}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  задачі (17) – (23) з точністю  $O(\varepsilon^{n+1})$  у вигляді таких рядів:

$$\begin{aligned}
c_{r,j} &= \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot c_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{P}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{\tilde{P}}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{P}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\tilde{P}}_{r,j,i} + \\
&\quad + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{P}}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{\tilde{P}}}_{r,j,i} + R_{r,j,n+1} \quad (r = \overline{1, p}, j = \overline{1, m_2}); \\
u_{r,j} &= \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot u_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{H}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{\tilde{H}}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{H}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\tilde{H}}_{r,j,i} + \\
&\quad + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{H}}_{r,j,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{\tilde{H}}}_{r,j,i} + \tilde{R}_{r,j,n+1} \quad (r = \overline{1, p}, j = \overline{m_1+1, m_2}); \\
\tilde{\kappa}_r &= \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\kappa}_{r,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{q}_{r,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{\tilde{q}}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{q}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\tilde{q}}_{r,i} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{q}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{q}}_{r,i} + \tilde{R}_{r,n+1} \quad (r = \overline{1, p}); \\
\tilde{\sigma}_r = & \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\sigma}_{r,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{h}_{r,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot \tilde{\tilde{h}}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{h}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \hat{\tilde{h}}_{r,i} + \\
& + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{h}}_{r,i} + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \tilde{\tilde{\tilde{h}}}_{r,i} + \tilde{R}_{r,n+1} \quad (r = \overline{1, p}),
\end{aligned}$$

де  $c_{r,j,i} = c_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ),  $u_{r,j,i} = u_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ),  $\tilde{\kappa}_{r,i} = \tilde{\kappa}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{\sigma}_{r,i} = \tilde{\sigma}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ) – члени регулярних частин асимптотик;  $\tilde{P}_{r,j,i} = \tilde{P}_{r,j,i}(\tilde{\phi}_{s-1}, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{H}_{r,j,i} = \tilde{H}_{r,j,i}(\tilde{\phi}_{s-1}, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{q}_{r,i} = \tilde{q}_{r,i}(\tilde{\phi}_{s-1}, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{h}_{r,i} = \tilde{h}_{r,i}(\tilde{\phi}_{s-1}, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{P}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{P}}_{r,j,i}(\tilde{\phi}_s, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{H}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{H}}_{r,j,i}(\tilde{\phi}_s, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{q}}_{r,i} = \tilde{\tilde{q}}_{r,i}(\tilde{\phi}_s, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{\tilde{h}}_{r,i} = \tilde{\tilde{h}}_{r,i}(\tilde{\phi}_s, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ) – функції типу примежового шару відповідно в околах  $\varphi = \varphi_{*r}^*$  ( $r = \overline{0, p}$ ) (поправки на вході, виході і в околі меж шарів фільтру);  $\tilde{P}_{r,j,i} = \tilde{P}_{r,j,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{H}_{r,j,i} = \tilde{H}_{r,j,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{q}_{r,i} = \tilde{q}_{r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$ ,  $\tilde{h}_{r,i} = \tilde{h}_{r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\hat{\tilde{P}}_{r,j,i} = \hat{\tilde{P}}_{r,j,i}(\varphi, \tilde{\tilde{\psi}}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\hat{\tilde{H}}_{r,j,i} = \hat{\tilde{H}}_{r,j,i}(\varphi, \tilde{\tilde{\psi}}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\hat{\tilde{q}}_{r,i} = \hat{\tilde{q}}_{r,i}(\varphi, \tilde{\tilde{\psi}}, \eta, t)$ ,  $\hat{\tilde{h}}_{r,i} = \hat{\tilde{h}}_{r,i}(\varphi, \tilde{\tilde{\psi}}, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{P}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{P}}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{H}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{H}}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{q}}_{r,i} = \tilde{\tilde{q}}_{r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ ,  $\tilde{\tilde{h}}_{r,i} = \tilde{\tilde{h}}_{r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{\tilde{P}}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{\tilde{P}}}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \tilde{\tilde{\eta}}, t)$  ( $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{\tilde{H}}}_{r,j,i} = \tilde{\tilde{\tilde{H}}}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \tilde{\tilde{\eta}}, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ),  $\tilde{\tilde{\tilde{q}}}_{r,i} = \tilde{\tilde{\tilde{q}}}_{r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\tilde{\eta}}, t)$ ,  $\tilde{\tilde{\tilde{h}}}_{r,i} = \tilde{\tilde{\tilde{h}}}_{r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\tilde{\eta}}, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ) – функції типу примежового шару відповідно в околах  $\psi = 0$ ,  $\psi = Q_*$ ,  $\eta = 0$ ,  $\eta = Q^*$  (поправки на бічний стінці фільтру і берегах умовного розрізу  $\Gamma$ );  $\tilde{\phi}_r = \frac{\varphi - \varphi_{*r}^*}{\varepsilon}$  ( $r = \overline{0, p-1}$ ),  $\tilde{\tilde{\phi}}_r = \frac{\varphi_{*r}^* - \varphi}{\varepsilon}$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\tilde{\psi} = \frac{\psi}{\sqrt{\varepsilon}}$ ,  $\tilde{\tilde{\psi}} = \frac{Q_* - \psi}{\sqrt{\varepsilon}}$ ,  $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon}}$ ,  $\tilde{\tilde{\eta}} = \frac{Q^* - \eta}{\sqrt{\varepsilon}}$  – відповідні їм регуляризуючі перетворення (розтяги;  $R_{r,j,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ),  $\tilde{R}_{r,j,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ),  $\tilde{\tilde{R}}_{r,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$ ,  $\tilde{\tilde{\tilde{R}}}_{r,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  ( $r = \overline{1, p}$ ) – залишкові члени.

Зокрема, для знаходження  $c_{r,j,i}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ),  $u_{r,j,i}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{m_1 + 1, m_2}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ),  $\tilde{\kappa}_{r,i}$ ,  $\tilde{\sigma}_{r,i}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ) одержано формули:

$$\begin{aligned}
c_{r,j,0} = & \begin{cases} e^{-\tilde{\lambda}_{1,j,1}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot (\tilde{g}_{r,j,0}(\varphi, \psi, \eta, t) + \tilde{c}_j^*(\psi, \eta, t - \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta))), & t \geq \tilde{f}_1, \\ e^{-\tilde{\lambda}_{r,j,1}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot (\tilde{g}_{r,j,0}(\varphi, \psi, \eta, t) + \tilde{c}_{r-1,j,0}^*(\psi, \eta, t - \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta))), & t \geq \tilde{f}_r, \quad (r = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, m_2}); \\ e^{-\tilde{\lambda}_{r,j,2}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot (\tilde{g}_{r,j,0}(\varphi, \psi, \eta, t) + \tilde{c}_j^0(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)), & t < \tilde{f}_r, \end{cases} \\
u_{r,j,0} = & \frac{1}{\tilde{\sigma}_r^0} \cdot \int_0^t \tilde{\alpha}_{r,j}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) \cdot c_{r,j,0}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) d\tilde{t} + \tilde{u}_{r,j}^0 \quad (r = \overline{1, p}, \quad j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \\
\tilde{\kappa}_{r,0} = & \kappa_r^0, \quad \tilde{\sigma}_{r,0} = \tilde{\sigma}_r^0 \quad (r = \overline{1, p}); \\
c_{r,j,i} = & \begin{cases} e^{-\tilde{\lambda}_{r,j,1}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot \tilde{g}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t), & t \geq \tilde{f}_r, \\ e^{-\tilde{\lambda}_{r,j,2}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot \tilde{\tilde{g}}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t), & t < \tilde{f}_r, \end{cases} \quad (r = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, m_2}, \quad i = \overline{1, n}); \\
u_{r,j,i} = & \frac{1}{\tilde{\sigma}_r^0} \cdot \int_0^t \tilde{g}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) d\tilde{t} \quad (r = \overline{1, p}, \quad j = \overline{m_1 + 1, m_2}, \quad i = \overline{1, n}); \\
\tilde{\kappa}_{r,i} = & \int_0^t \tilde{g}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) d\tilde{t}, \quad \tilde{\sigma}_{r,i} = \int_0^t \tilde{\tilde{g}}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t}) d\tilde{t} \quad (r = \overline{1, p}, \quad i = \overline{1, n});
\end{aligned}$$

де

$$\tilde{\lambda}_{r,j,1}(\varphi, \psi, \eta, t) = \begin{cases} \kappa_r^0 \cdot \int_{\varphi_{*(r-1)}^*}^{\varphi} \frac{\sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{r,j,k}^{**}(\tilde{\varphi}, \psi, \eta, \tilde{f}_r(\tilde{\varphi}, \psi, \eta) + t - \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta))}{\tilde{v}^2(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)} d\tilde{\varphi} \quad (j = \overline{1, m_1}); \\ \kappa_r^0 \cdot \int_{\varphi_{*(r-1)}^*}^{\varphi} \frac{\tilde{\alpha}_{r,j}(\tilde{\varphi}, \psi, \eta, \tilde{f}_r(\tilde{\varphi}, \psi, \eta) + t - \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta))}{\tilde{v}^2(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)} d\tilde{\varphi} \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \end{cases}$$

$$\tilde{g}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t) = \int_{\varphi_{*(r-1)}^*}^{\varphi} \frac{g_{r,j,i}(\tilde{\varphi}, \psi, \eta, \tilde{f}_r(\tilde{\varphi}, \psi, \eta) - \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) + t)}{\tilde{v}^2(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)} \cdot e^{\tilde{\lambda}_{r,j,1}(\tilde{\varphi}, \psi, \eta, t)} d\tilde{\varphi};$$

$$\tilde{\lambda}_{r,j,2}(\varphi, \psi, \eta, t) = \begin{cases} \int_0^t \frac{\sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{r,j,k}^{**}(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{t})}{\tilde{\sigma}_r^0(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} d\tilde{t} \quad (j = \overline{1, m_1}); \\ \int_0^t \frac{\tilde{\alpha}_{r,j}(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{t})}{\tilde{\sigma}_r^0(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} d\tilde{t} \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}); \end{cases}$$

$$\tilde{g}_{r,j,i}(\varphi, \psi, \eta, t) = \int_0^t \frac{g_{r,j,i}(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{t})}{\tilde{\sigma}_r^0(\tilde{f}_r^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} \cdot e^{\tilde{\lambda}_{r,j,2}(\varphi, \psi, \eta, \tilde{t})} d\tilde{t};$$

$$g_{r,j,i} = I(i, 1) \cdot (d_{r,j} \cdot (b_1 \cdot c_{(r,j,i-1)}'' \varphi \varphi + b_2 \cdot c_{(r,j,i-1)}'' \psi \psi + b_3 \cdot c_{(r,j,i-1)}'' \eta \eta + b_4 \cdot c_{(r,j,i-1)}' \psi + b_5 \cdot c_{(r,j,i-1)}' \eta) -$$

$$- \sum_{l=1}^i (\tilde{\sigma}_{r,l} \cdot c_{(r,j,i-l)}' - \tilde{\sigma}_{r,l}' \cdot c_{r,j,i-l}) + I(m_1, j) \cdot (\sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{r,j,k} \cdot c_{r,j,i-1} - \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{r,k,j} \cdot c_{r,k,i-1}) +$$

$$+ I(j, m_1 + 1) \cdot (\sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{r,j,k} \cdot c_{r,j,i-1} - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} (\tilde{a}_{r,k,j} \cdot c_{r,k,i-1} + \tilde{\beta}_{r,j} \cdot u_{r,j,i-1})) + I(j, m_1 + 1) \cdot \sum_{k=1}^{m_1} \tilde{a}_{r,k,j}^{**} \cdot c_{r,k,i};$$

$$\tilde{g}_{r,j,i} = \tilde{\alpha}_{r,j} \cdot c_{r,j,i} + I(i, 1) \cdot (d_{r,j}^* \cdot (b_1 \cdot u_{(r,j,i-1)}'' \varphi \varphi + b_2 \cdot u_{(r,j,i-1)}'' \psi \psi + b_3 \cdot u_{(r,j,i-1)}'' \eta \eta + b_4 \cdot u_{(r,j,i-1)}' \psi + b_5 \cdot u_{(r,j,i-1)}' \eta) +$$

$$+ \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{r,j,k}^* \cdot u_{r,j,i-1} - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{a}_{r,k,j}^* \cdot u_{r,k,i-1} - \tilde{\beta}_{r,j} \cdot u_{r,j,i-1} + \sum_{l=1}^i (\tilde{\sigma}_{r,l} \cdot u_{(r,j,i-l)}' + \tilde{\sigma}_{r,l}' \cdot u_{r,j,i-l});$$

$$\tilde{g}_{r,i} = -I(i, 1) \cdot \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{\mu}_{r,k} \cdot u_{r,k,i-1}, \quad \tilde{g}_{r,i} = -I(i, 1) \cdot \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \tilde{\gamma}_{r,k} \cdot u_{r,k,i-1};$$

$$\tilde{f}_r = \tilde{f}_r(\varphi, \psi, \eta) = \kappa_r^0 \cdot \int_{\varphi_{*(r-1)}^*}^{\varphi} \frac{\tilde{\sigma}_r^0(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)}{\tilde{v}_r^2(\tilde{\varphi}, \psi, \eta)} d\tilde{\varphi} \quad - \text{час проходження відповідною частинкою шляху від точки}$$

$$(x(\varphi_{*(r-1)}^*), \psi, \eta), y(\varphi_{*(r-1)}^*), \psi, \eta), z(\varphi_{*(r-1)}^*), \psi, \eta) \in G_z^{r-1} \text{ до точки } (x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)) \in G_z^r \text{ вздовж ві-}$$

дповідної лінії течії,  $\tilde{f}_r^{-1}$  – функція, обернена відповідно до  $\tilde{f}_r$  відносно змінної  $\varphi$ ,  $I(a, b) = \begin{cases} 1, & a \geq b; \\ 0, & a < b. \end{cases}$

**Висновки.** Сформовано математичну модель для прогнозування процесу доочистки води від багатокомпонентних домішок після застосування коагуляції у швидких багатопарових кусково-однорідних фільтрах конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрації, що враховує зворотний вплив концентрацій домішок, адсорбованих на зернах завантаження, на характеристики середовища. За умови, що конвективні складові масоперенесення й адсорбція переважають над вкладом дифузії й десорбції, отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної нелінійної сингулярно-збуреної крайової задачі для модельної області конусоподібної форми, обмеженої двома еквіпотенціальними поверхнями і поверхнею течії та розділеної деякими заданими еквіпотенціальними поверхнями на кілька підобластей.

Запропонована модель аналогічно [13, 14] для заданої сталої швидкості фільтрації дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів спрогнозувати не лише зміну характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, але й визначити оптимальні варіанти використання коагулянтів і фільтрувальних матеріалів, збільшення тривалості роботи швидких багатопарових конусоподібних фільтрів за рахунок вибору їх форми і висоти шарів з урахуванням граничнодопустимих норм по кожній компоненті багатокомпонентних домішок.

#### Список літератури

1. Орлов В. О. Водоочисні фільтри із зернистою засипкою. – Рівне : НУВГП, 2005. – 163 с.
2. Cheremisinoff N. P. Handbook of water and wastewater treatment technologies. – Boston : Butterworth-Heinemann, 2002. – 645 p.
3. Hendricks D. W. Fundamentals of water treatment unit processes : physical, chemical, and biological. – Boca Raton : CRC Press, 2011. – 883 p.



4. Quevauller Ph., Thompson K. C. Analytical methods for drinking water: advances in sampling and analysis. – John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 188 p.
5. Бомба А. Я., Сафоник А. П. Моделивання нелінійно-збурених процесів очищення рідин від багатокomпонентних забруднень : монографія. – Рівне : НУВГП, 2017. – 296 с.
6. Safonyk A. P. Modelling the filtration processes of liquids from multicomponent contamination in the conditions of authentication of mass transfer coefficient // *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. – 2015. – vol. 9. – P. 189 – 192.
7. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. – М. : Стройиздат, 1964. – 156 с.
8. Ives K. J. Deep-bed water filters // *New developments. Filtr. And Separ* – 1969. – vol. 6. – № 1. – P. 42 – 48.
9. Kalteh A. M., Hjorth P., Berndtsson R. Review of the self-organizing map (SOM) approach in water resources: analysis, modelling and application // *Environmental Modelling and Software*. – 2008. – vol. 23. – № 7. – P. 835 – 845.
10. Maier H. R., Dandy G. C. Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modelling issues and applications // *Environmental Modelling and Software*. – 2000. – vol. 15. – № 1. – P. 101 – 124.
11. Heikkinen M., Poutiainen H., Liukkonen M., Heikkinen T., Hiltunen Y. Self-organizing maps in the analysis of an industrial wastewater treatment process // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2011. – vol. 82. – № 3. – P. 450 – 459.
12. Safonyk A. P. Modelling the filtration processes of liquids from multicomponent contamination in the conditions of authentication of mass transfer coefficient // *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. – 2015. – vol. 9. – P. 189 – 192.
13. Бомба А. Я., Климяк Ю. Є. Прогнозування зміни характеристик кусково-однорідних пористих завантажень швидких багатосарових фільтрів // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – № 27 (1303). – С. 8 – 15.
14. Бомба А. Я., Климяк Ю. Є. Прогнозування оптимального використання фільтруючих матеріалів у швидких багатосарових фільтрах із кусково-однорідними пористими завантаженнями // Журнал обчислювальної та прикладної математики : наук. журн. Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. – Київ : ТБіМС, 2017. – Вип. 1 (124). – С. 3 – 14.
15. Klimjuk Ju. Je. Prediction of changes in the characteristics of filter materials in rapid cone-shaped water-purifying filters // *Innovative solutions in modern science*. – Dubai, 2018 – No. 8 (27). – P. 72 – 84. doi: 10.26886/2414-634X.8(27)2018.5.
16. Бомба А. Я., Климяк Ю. Є. Математичне моделювання просторових сингулярно-збурених процесів типу фільтрація-конвекція-дифузія: монографія. – Рівне : ТзОВ фірма "Ассоль", 2014. – 273 с.
17. Рауз Х. Механика жидкости. – М. : Стройиздат, 1967. – 390 с.
18. Klimjuk Ju. Je. Modelling of spatial filtration fields for one class of rapid multilayer filters of cone-shaped form with piecewise-homogeneous porous loads // *Proceedings of III International scientific conference «Science : new goals»*. – London : SI Universum, 2017. – P. 4 – 10.

## References (transliterated)

1. Orlov V. O. *Vodoochysni fil'try iz zernystoyu zasypkoyu* [Water-purifying filters with granular filler]. Rivne, NUVHP Publ., 2005. 163 p.
2. Chermisinoff N. P. *Handbook of water and wastewater treatment technologies*. Boston, Butterworth-Heinemann, 2002. 645 p.
3. Hendricks D. W. *Fundamentals of water treatment unit processes : physical, chemical, and biological*. Boca Raton, CRC Press, 2011. 883 p.
4. Quevauller Ph., Thompson K. C. *Analytical methods for drinking water : advances in sampling and analysis*. John Wiley & Sons Ltd., 2006. 188 p.
5. Bomba A. Ya., Safonyk A. P. *Modelyuvannya nelineinyo-zburenykh protsesiv ochyshhennya ridyn vid bagatokomponentnykh zabrudnen' : monografiya* [Modeling of nonlinearly perturbed processes of cleaning liquids from multicomponent contaminants: monograph]. Rivne, NUVHP Publ., 2017. 296 p.
6. Safonyk A. P. Modelling the filtration processes of liquids from multicomponent contamination in the conditions of authentication of mass transfer coefficient. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2015, vol. 9, pp. 189–192.
7. Mints D. M. *Teoreticheskie osnovy tekhnologii ochistki vody* [Theoretical basis of water purification technology]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1964. 156 p.
8. Ives K. J. Deep-bed water filters. *New developments. Filtr. And Separ*. 1969, vol. 6, no. 1, pp. 42–48.
9. Kalteh A. M., Hjorth P., Berndtsson R. Review of the self-organizing map (SOM) approach in water resources: analysis, modelling and application. *Environmental Modelling and Software*. 2008, vol. 23, no. 7, pp. 835–845.
10. Maier H. R., Dandy G. C. Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modelling issues and applications. *Environmental Modelling and Software*. 2000, vol. 15, no. 1, pp. 101–124.
11. Heikkinen M., Poutiainen H., Liukkonen M., Heikkinen T. and Hiltunen Y. Self-organizing maps in the analysis of an industrial wastewater treatment process. *Mathematics and Computers in Simulation*. 2011, vol. 82, no. 3, pp. 450–459.
12. Safonyk A. P. Modelling the filtration processes of liquids from multicomponent contamination in the conditions of authentication of mass transfer coefficient. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2015, vol. 9, pp. 189–192.
13. Bomba A. Ya., Klymyuk Yu. Ye. Prognozuvannya zminy kharakterystyk kuskovo-odnorodnykh porystykh zavantazhen' shvydkykh bagatosarovykh fil'triv [Prediction of changes in the characteristics of piecewise homogeneous porous loads of rapid multilayer filters]. *Visnyk NTU «KHPi»*. Seriya : Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh [Bulletin of National Technical University «KhPI». Series : Mathematical modeling in engineering and technologies]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2018, no. 28 (1304), pp. 8–15.
14. Bomba A. Ya., Klymyuk Yu. Ye. Prognozuvannya optimal'nogo vykorystannya fil'truyuchykh materialiv u shvydkykh bagatosarovykh fil'trah iz kuskovo-odnorodnykh porystykh zavantazhenniyami [Prediction of filter materials optimal use in rapid multilayer filters with piecewise homogeneous porous loads]. *Zhurnal obchysluval'noyi ta prykladnoyi matematyky* [Journal of Computational & Applied Mathematics], Kyiv, TViMS Publ., 2017, no. 1 (124), pp. 3–14.
15. Klimjuk Yu. Ye. Prediction of changes in the characteristics of filter materials in rapid cone-shaped water-purifying filters. *Innovative solutions in modern science*. Dubai, 2018, no. 8 (27), pp. 72–84. doi: 10.26886/2414-634X.8(27)2018.5
16. Bomba A. Ya., Klymyuk Yu. Ye. *Matematychnye modelyuvannya prostorovykh syngulyarno-zburenykh protsesiv typu fil'tratsiya-konvektsiya-dyfuzya : monografiya* [Mathematical modeling of spatial singularly perturbed processes of filtration-convection-diffusion type: monograph]. Rivne, TzOV firma "Assol" Publ., 2014. 273 p.
17. Rauz Kh. *Mekhanika zhidkosti* [Fluid mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1967. 390 p.
18. Klimjuk Yu. Ye. Modelling of spatial filtration fields for one class of rapid multilayer filters of cone-shaped form with piecewise-homogeneous porous loads. *Proceedings of III International scientific conference "Science: new goals"*. London : SI Universum, 2017. pp. 4–10.

Надійшло (received) 06.03.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Бомба Андрій Ярославович (Бомба Андрей Ярославович, Bomba Andriy Yaroslavovych)** – доктор технічних наук, професор, Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне; тел.: (097) 346-18-90; e-mail: abomba@ukr.net.

**Климяк Юрій Євгенійович (Климяк Юрий Евгеньевич, Klymyuk Yuriy Yevheniyovych)** – кандидат технічних наук, доцент, Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янука, м. Рівне; тел.: (095) 540-95-40, (067) 279-17-41; e-mail: klimyuk@ukr.net.